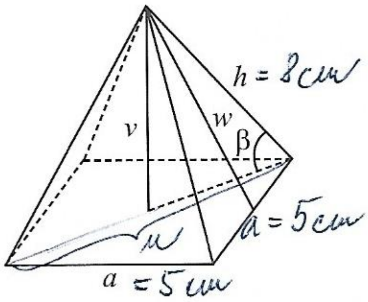
3. V pravidelném čtyřbokém jehlanu známe velikost podstavné hrany $a = 5$ cm a velikost boční hrany $h = 8$ cm. Vypočítej:

a) v ... výšku jehlanu

b) w ... výšku boční stěny

c) β ... úhel, který svírá boční hrana s podstavou



u = úhlopříčka

$u^2 = 5^2 + 5^2$

$u^2 = 25 + 25$

$u = \sqrt{50}$

$u \doteq 7\,cm \quad \frac{1}{2}u = 3{,}5\,cm$

$v^2 = 8^2 - 3{,}5^2$

$v^2 = 64 - 12{,}25$

$v = \sqrt{51{,}75}$

$v \doteq 7{,}2\,cm$

boční stěna:

$w^2 = 8^2 - 2{,}5^2$

$w^2 = 64 - 6{,}25$

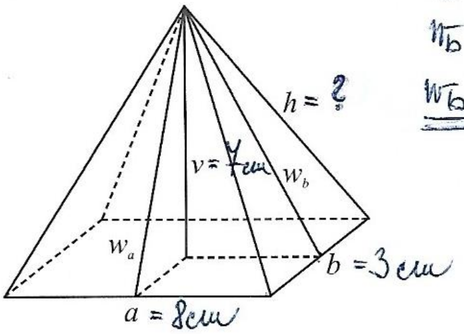
$w = \sqrt{57{,}75}$

$w \doteq 7{,}6\,cm$

4. Ve čtyřbokém jehlanu s obdélníkovou podstavou známe velikosti podstavných hran $a = 8$ cm, $b = 3$ cm a výšku $v = 7$ cm. Vypočítej:

a) h ... velikost boční hrany

b) w_a, w_b ... výšky bočních stěn



$w_b^2 = 7^2 + 4^2$

$w_b^2 = 49 + 16$

$w_b = \sqrt{65}$

$w_b \doteq 8\,cm$

$w_a^2 = 7^2 + 1{,}5^2$

$w_a^2 = 49 + 2{,}25$

$w_a = \sqrt{51{,}25}$

$w_a \doteq 7{,}2\,cm$

$h^2 = 8^2 + 1{,}5^2$

$h^2 = 64 + 2{,}25$

$h = \sqrt{66{,}25}$

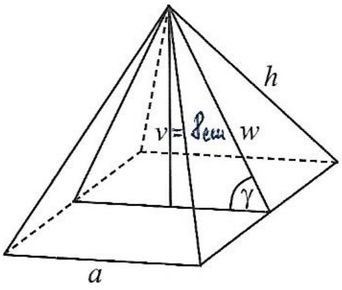
$h \doteq 8{,}1\,cm$

5. Osový řez pravidelného čtyřbokého jehlanu je rovnoramenný trojúhelník s výškou $v = 8$ cm a úhlem při základně $\gamma = 52°$. Vypočítej:

a) a ... velikost podstavné hrany

b) w ... velikost stěnové výšky

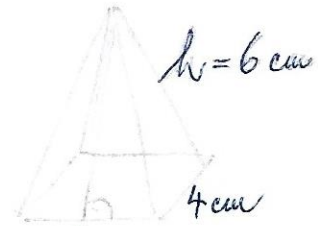
c) h ... velikost boční hrany



2. Sestroj síť pravidelného čtyřstěnu se stranou $a = 4$ cm. (Čtyřstěn je trojboký jehlan, všechny jeho stě-ny jsou shodné rovnostranné trojúhelníky.)

3. Sestroj síť čtyřbokého jehlanu s obdélníkovou podstavou $a = 4$ cm; $b = 3$ cm a boční hranou $h = 6$ cm.

4. Vypočítej povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, který má velikost podstavné hrany $a = 4$ cm a velikost boční hrany $h = 6$ cm.



$4 \cdot \frac{a \cdot v_a}{2}$

$S = S_p + S_{pl}$

$S = 4 \cdot 4 + 4 \cdot \frac{4 \cdot 5,6}{2}$

$S = 16 + 44,8$

$S = 60,8\,cm^2$

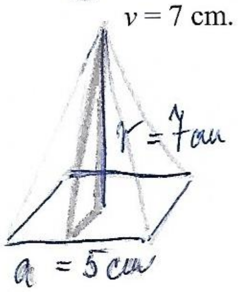
$v_a^2 = 6^2 - 2^2$

$v_a^2 = 36 - 4$

$v_a = \sqrt{32}$

$v_a \doteq 5,6\,cm$

5. Vypočítej povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, který má délku podstavné hrany $a = 5$ cm a výšku $v = 7$ cm.



$S = S_p + S_{pl}$

$S = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot v_a}{2}$

$S = 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 7{,}4$

$S = 25 + 74$

$S = 99\,cm^2$

$v_a^2 = 7^2 + 2{,}5^2$

$v_a^2 = 49 + 6{,}25$

$v_a = \sqrt{55{,}25}$

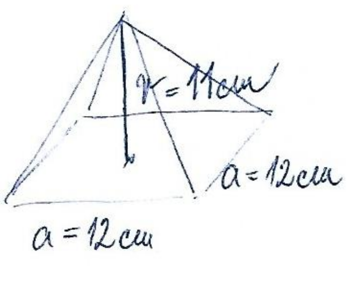
$v_a \doteq 7{,}4\,cm$

✻ **6.** Vypočítej povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, který má podstavnou hranu $a = 10$ cm a jeho boční stěna svírá s podstavou uhel 65°.

7. Vypočítej povrch čtyřbokého jehlanu, který má obdélníkovou podstavu s rozměry $a = 8$ cm, $b = 6$ cm a výšku $v = 10$ cm.

3. Objem jehlanu

1. Vypočítej objem pravidelného čtyřbokého jehlanu, který má velikost podstavné hrany $a = 12$ cm a výšku $v = 11$ cm.



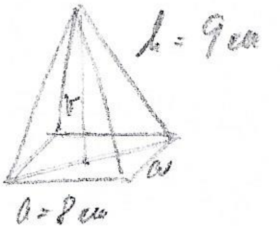
$V = \frac{S_p \cdot v}{3}$

$V = \frac{12^2 \cdot 11}{3}$

$V = \frac{144 \cdot 11}{3}$

$V = 528\,cm^3$

2. Vypočítej objem pravidelného čtyřbokého jehlanu, který má velikost podstavné hrany $a = 8$ cm a velikost boční hrany $h = 9$ cm.



$V = \frac{S_p \cdot v}{3}$

$V = \frac{8^2 \cdot 7}{3}$

$V \doteq 149\ cm^3$

$v^2 = 9^2 - 5{,}7^2$

$v^2 = 81 - 32{,}49$

$v = \sqrt{48{,}51}$

$v \doteq 7\ cm$

$u^2 = 8^2 + 8^2$

$u^2 = 64 + 64$

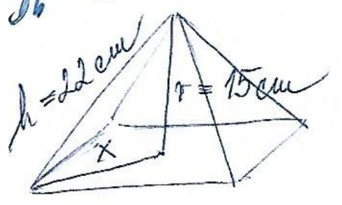
$u = \sqrt{128}$

$u = 11{,}3$

$\frac{1}{2}u = 5{,}65\ cm$

3. Vypočítej objem pravidelného čtyřbokého jehlanu, který má podstavnou hranu $a = 9$ cm a jeho boční stěna svírá s podstavou úhel 57°.

DÚ **4.** Vypočítej objem pravidelného čtyřbokého jehlanu, který má výšku $v = 15$ cm a boční hranu $h = 22$ cm.



$V = \frac{S_p \cdot v}{3}$

$V = \frac{512 \cdot 15}{3}$

$V = 512 \cdot 5$

$V = 2560\ cm^3$

$x^2 = 22^2 - 15^2$

$x^2 = 484 - 225$

$x = \sqrt{259}$

$x \doteq 16$

úhlopříčka = 32 cm

$32^2 = a^2 + a^2$

$32^2 = 2a^2$

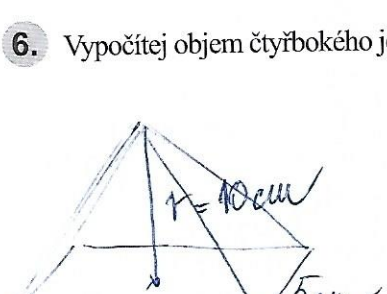
$\frac{1024}{2} = a^2$

$a = \sqrt{512}$

$a = 22{,}6$ cm

* **5.** V pravidelném čtyřbokém jehlanu známe velikost boční hrany $h = 17$ cm a úhel, který svírá boční hrana s podstavou je 48°. Vypočítej jeho objem.

DÚ **6.** Vypočítej objem čtyřbokého jehlanu, jehož podstavou je obdélník s rozměry 5 cm a 11 cm a výška $v = 10$ cm.



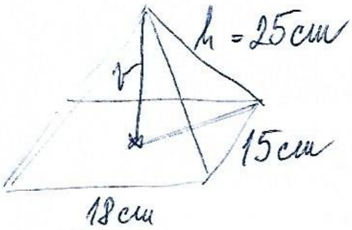
$V = \frac{S_p \cdot v}{3}$

$V = \frac{5 \cdot 11 \cdot 10}{3}$

$V = \frac{550}{3}$

$V \doteq 183{,}3\ cm^3$

7. Vypočítej objem jehlanu, který má obdélníkovou podstavu s rozměry 15 cm a 18 cm a délku boční hrany $h = 25$ cm.



$V = \frac{S_p \cdot v}{3}$

$V = \frac{15 \cdot 18 \cdot 22}{3}$

$V = 1980\ cm^3$

$u^2 = 15^2 + 18^2$

$u^2 = 225 + 324$

$u = \sqrt{549}$

$u \doteq 23,4\ cm$

$\frac{1}{2}u = 11,7\ cm$

$v^2 = 25^2 - 11,7^2$

$v^2 = 625 - 137$

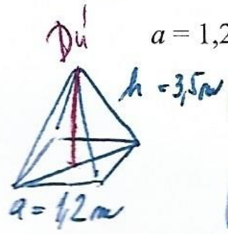
$v = \sqrt{488} \doteq 22\ cm$

8. Vypočítej objem pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavnou hranou $a = 24$ cm. Protější boční hrany svírají úhel 36°.

4. Jehlany kolem nás

1. Určete hmotnost žulového pomníku tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavnou hranou $a = 1,2$ m a délkou boční hrany $h = 3,5$ m. Hustota žuly je $\rho = 2\,600\ \frac{kg}{m^3}$.

DÚ!



$V = \frac{S_p \cdot v}{3}$

$V = \frac{1,2^2 \cdot 3,4}{3}$

$V = 1,63\ m^3$

$u^2 = 1,2^2 + 1,2^2$

$u^2 = 1,44 + 1,44$

$u = \sqrt{2,88} = 1,7\ cm$

$m = V \cdot \rho$

$m = 2600 \cdot 1,63$

$m = 4238\ kg$

$v^2 = 3,5^2 - 0,85^2$

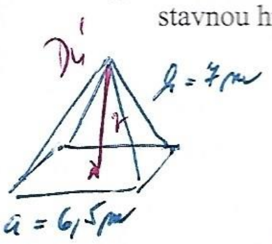
$v^2 = 12,25 - 0,72$

$v = \sqrt{11,53}$

$v \doteq 3,4\ cm$

2. Kolik m^2 krytiny je potřeba na opravu střechy, která má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavnou hranou $a = 6,5$ m a délkou boční hrany $h = 7$ m?

DÚ!

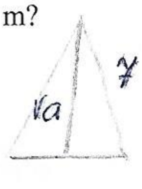


$S = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot v_a}{2}$

$S = 6,5^2 + 2 \cdot 6,5 \cdot 6,2$

$S = 42,25 + 80,6$

$S = 122,85\ m^2$



$v_a^2 = 7^2 - 3,25^2$

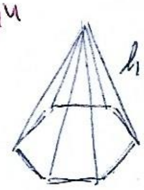
$v_a^2 = 49 - 10,56$

$v_a = \sqrt{38,44}$

$v_a = 6,2\ cm$

3. Jaký je objem největší egyptské pyramidy? (Poškozené části zanedbej.) Zjisti si potřebné údaje pomocí encyklopedií nebo internetu.

4. Střecha má tvar pravidelného šestibokého jehlanu. Podstavná hrana má délku 4,2 m a boční hrana 5,6 m. Kolik zaplatíme za pokrytí střechy, když za 1 m^2 zaplatíme 2 890 Kč?



$h = 5{,}6\,m$

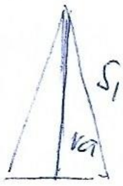
$a = 4{,}2\,m$

$S_{pl} = ?$

$S_{pl} = 6 \cdot \frac{a \cdot v_a}{2}$

$S_{pl} = 3 \cdot 4{,}2 \cdot 5{,}2$

$S_{pl} = 65{,}52\,cm^2$



$v_a^2 = 5{,}6^2 - 2{,}1^2$

$v_a^2 = 31{,}36 - 4{,}41$

$v_a = \sqrt{26{,}95}$

$v_a \doteq 5{,}2$

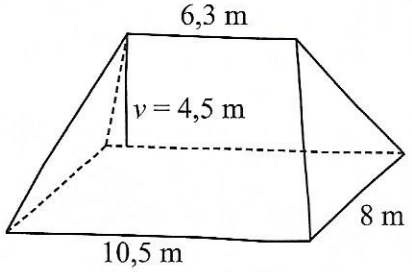
$1\,m^2 \ldots 2890\,Kč$

$65{,}52 \ldots x$

$x = 2890 \cdot 65{,}52$

$x = 189\,353\,Kč$

* **5.** Vypočítej objem půdního prostoru nad domem s rozměry 10,5 m a 8 m. Výška hřebenu střechy je 4,5 m a jeho délka 6,3 m.



6. Vypočítej objem násypky, která má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu s horní hranou 1,2 m a délkou boční hrany 2,4 m. Kolik tun posypového materiálu se vejde do násypky? $(\rho = 1\,500\ \frac{kg}{m^3})$

2. Povrch kuželu

1. Vypočítej povrch kuželu:

a) $r = 7$ cm, $s = 12$ cm

$S = \pi r^2 + \pi r s$ $\quad S = \pi r(r + s)$

$S = 3{,}14 \cdot 7^2 + 3{,}14 \cdot 7 \cdot s$ $\quad S = 3{,}14 \cdot 7 \cdot (7 + 12)$

$S = 417{,}62\ cm^2$

b) $d = 16$ cm; $s = 15$ cm

$r = 8$ cm $\quad S = 3{,}14 \cdot 8 (8 + 15)$

$S = 3{,}14 \cdot 184 = 577{,}76\ cm^2$

c) $r = 40$ mm; $s = 9$ cm

$r = 4$ cm $\quad S = 3{,}14 \cdot 4 (4 + 9)$

$S = 3{,}14 \cdot 52 \doteq 163{,}28\ cm^2$

d) $d = 0{,}3$ dm; $s = 18$ cm

$d = 3$ cm, $r = 1{,}5$ cm $\quad S = 3{,}14 \cdot 1{,}5 (1{,}5 + 18)$

$S = 91{,}845\ cm^2$

2. Vypočítej povrch kuželu:

a) $r = 4$ cm; $v = 5$ cm

$s^2 = 5^2 + 4^2$, $s^2 = 25 + 16$, $s = \sqrt{41} \doteq 6{,}4$

$S = \pi r (r + s)$, $S = 3{,}14 \cdot 4 \cdot (4 + 6{,}4)$, $S = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 10{,}4 = 130{,}624\ cm^2$

b) $d = 12$ cm; $v = 17$ cm

$r = 6$ cm, $s^2 = 17^2 + 6^2$, $s^2 = 289 + 36$, $s \doteq 18$ cm

$S = 3{,}14 \cdot 6 \cdot (6 + 18)$, $S = 3{,}14 \cdot 6 \cdot 24$, $S = 452{,}16\ cm^2$ $\quad 452{,}2\ cm^2$

c) $r = 1{,}4$ m; $v = 85$ cm

$s^2 = 1{,}4^2 + 0{,}85^2$, $s^2 = 1{,}96 + 0{,}72$, $s = \sqrt{2{,}68} = 1{,}63$ m

$S = 3{,}14 \cdot 1{,}4 (1{,}4 + 1{,}63)$, $S = 3{,}14 \cdot 1{,}4 \cdot 3{,}03$, $S \doteq 13{,}32\ m^2$

d) $d = 45$ cm; $v = 1{,}3$ cm

$r = 22{,}5$ cm, $v = 1{,}3$ cm

$s^2 = 1{,}3^2 + 22{,}5^2$, $s^2 = 1{,}69 + 506{,}25$, $s = \sqrt{507{,}94} = 22{,}5$ cm

$S = 3{,}14 \cdot 22{,}5 \cdot (22{,}5 + 22{,}5)$, $S = 3179{,}25\ cm^2$

* **3.** Vypočítej povrch kuželu, který má poloměr podstavy 9 cm a strana svírá s podstavou úhel 51°.

$\cos 51° = \frac{9}{s}$, $0{,}6293 = \frac{9}{s}$, $s = \frac{9}{0{,}6293}$, $s = 14{,}3$

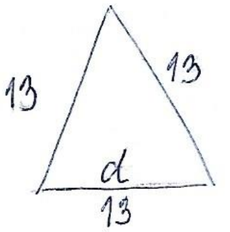
$S = \pi r (r + s)$, $S = 3{,}14 \cdot 9 (9 + 14{,}3)$, $S = 658{,}458\ cm^2$

✻ **4.** Vypočítej povrch kuželu, který má průměr podstavy 32 m a strana kuželu svírá s podstavou úhel 23°.

✻ **5.** Vypočítej povrch kuželu, který má výšku 11 cm a strana kuželu svírá s podstavou úhel 39°.

6. Osový řez kuželu je rovnoramenný trojúhelník s úhlem u hlavního vrcholu $\gamma = 83°$ a základnou $z = 64$ cm. Vypočítej jeho povrch.

7. Osový řez kuželu je rovnostranný trojúhelník se stranou 13 cm. Jak velký je jeho povrch?



$r = 6{,}5\,cm$ $S = 3{,}14 \cdot 6{,}5\,(6{,}5 + 13)$

$S = 397{,}9 \doteq 398\,cm^2$

3. Objem kuželu

1. Vypočítej objem kuželu:

a) $r = 8{,}5$ cm; $v = 12$ cm

$V = \frac{\pi r^2 \cdot v}{3}$

$V = \frac{3{,}14 \cdot 8{,}5^2 \cdot 12}{3}$ $= 907{,}46\,cm^3$

b) $d = 7$ cm; $v = 6$ cm

$r = 3{,}5\,cm$

$V = \frac{3{,}14 \cdot 3{,}5^2 \cdot 6}{3}$

~~$V = 115{,}395$~~

$V = 6{,}28 \cdot 12{,}25$

$V = 76{,}93\,cm^3$

c) $r = 120$ cm; $v = 0{,}8$ m $= 80\,cm$

$V = \frac{3{,}14 \cdot 120^2 \cdot 80}{3}$ (14400, 4800)

$V = 1\,205\,760\,cm^3 = 1{,}2\,m^3$

d) $d = 31$ cm; $v = 29$ mm

$r = 15{,}5$ $v = 2{,}9\,cm$

$V = \frac{3{,}14 \cdot 15{,}5^2 \cdot 2{,}9}{3} = \frac{3{,}14 \cdot 240{,}25 \cdot 2{,}9}{3}$

$V = \frac{2187{,}7\,cm^3}{3} = 729{,}2\,cm^3$

$V = \frac{\pi r^2 \cdot v}{3}$

2. Vypočítej objem kuželu:

a) $r = 18$ cm; $s = 21$ cm

$x^2 = 21^2 - 18^2$, $x^2 = 441 - 324$, $x = \sqrt{117}$, $x = 10{,}8$

$V = \frac{3{,}14 \cdot 18^2 \cdot 10{,}8}{3}$, $V = \frac{3{,}14 \cdot 324 \cdot 10{,}8}{3}$, $V = \frac{10987{,}5\ cm^3}{3} = 3662{,}5\ cm^3$

b) $d = 15$ cm; $s = 13$ cm

$r = 7{,}5$ cm; $v^2 = 13^2 - 7{,}5^2$; $v^2 = 169 - 56{,}25$; $v = \sqrt{112{,}75} = 10{,}6$

$V = \frac{3{,}14 \cdot 7{,}5^2 \cdot 10{,}6}{3}$, $V = \frac{1872{,}2\ cm^3}{3} = 624\ cm^3$

c) $r = 4$ dm; $s = 62$ cm

$v^2 = 6{,}2^2 - 4^2$; $v^2 = 38{,}44 - 16$; $v = \sqrt{22{,}44} = 4{,}7$ dm

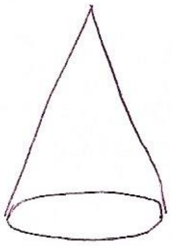
$V = \frac{3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 4{,}7}{3}$, $V = \frac{236{,}1\ dm^3}{3}$, $V = 78{,}7\ dm^3$

d) $d = 27$ mm; $s = 3$ cm

$r = 13{,}5$ mm; $v^2 = 3^2 - 1{,}35^2$; $v^2 = 9 - 1{,}8225$; $v = \sqrt{7{,}1775}$; $v = 2{,}7$

$V = \frac{3{,}14 \cdot 13{,}5^2 \cdot 2{,}7}{3}$, $V = 515\ mm^3$

3. Vypočítej objem kuželu, jehož osový řez je rovnostranný trojúhelník se stranou 29 cm.



$d = 29$ cm; $r = 14{,}5$ cm; $v^2 = 29^2 - 14{,}5^2$; $v^2 = 841 - 210{,}25$; $v = \sqrt{630{,}75} = 25{,}1$

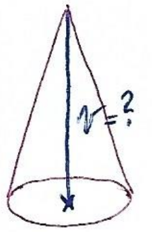
$V = \frac{3{,}14 \cdot 14{,}5^2 \cdot 25{,}1}{3}$, $V = 5523{,}5\ cm^3$

* **4.** Kužel má průměr podstavy 10 cm a strana svírá s podstavou úhel 36°. Vypočítej jeho objem.

* **5.** Kužel má výšku 15 cm a strana svírá s podstavou úhel 69°. Vypočítej jeho objem.

* **6.** Osový řez kuželu je rovnoramenný trojúhelník, výška je 6 cm a úhel při hlavním vrcholu 115°. Vypočítej jeho objem.

7. Vypočítej výšku kuželu, který má objem 930 cm³ a průměr podstavy 18 cm.



$V = 930\ cm^3 \quad d = 18\ cm \quad r = 9\ cm \qquad v = 10{,}9$

$V = \frac{3{,}14 \cdot 9^2 \cdot v}{3} \qquad 930 = \frac{3{,}14 \cdot 81 \cdot v}{3} \qquad v \doteq 11\ cm$

$2790 = 254{,}34 \cdot v$

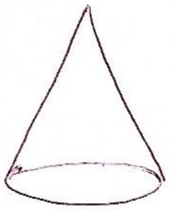
8. Vypočítej poloměr kuželu, který má objem 1 200 cm³ a výšku 16 cm.

$1200 = \frac{3{,}14 \cdot r^2 \cdot 16}{3} \qquad r^2 = 71{,}6$

$r = 8{,}5\ cm$

$3600 = 50{,}24 \cdot r^2$

9. Vypočítej výšku a poloměr kuželu, který má objem $1\frac{3}{4}$ litru. Poloměr kuželu má stejnou velikost jako jeho výška.



$V = 1{,}75\ l = 1{,}75\ dm^3 \qquad r = v$

$1{,}75 = \frac{3{,}14 \cdot r^2 \cdot r}{3} \qquad r^3 = 1{,}672 \qquad r = 1{,}2$

$5{,}25 = 3{,}14 \cdot r^3 \qquad r = \sqrt[3]{1{,}672}$

* **10.** Plášť kuželu je zhotoven z kruhové výseče s poloměrem 27 cm a středovým úhlem 240°. Jaký je objem a povrch kuželu?

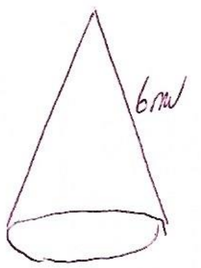
4. Kužely kolem nás

1. Jaký objem má nálevka tvaru kuželu, která má průměr 12 cm a výšku 7 cm?

$d = 11\ cm \quad r = 6\ cm \quad v = 7\ cm \qquad V = \frac{3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 7}{3}$

$V = 263{,}76\ cm^3$

2. Na hradní věži s průměrem 6,2 m je třeba vyměnit střešní krytinu. Vzdálenost vrcholu střechy od okraje je 6 m. Kolik m² krytiny je třeba objednat?



$S = \pi r^2 + \pi r s \qquad S = 58{,}404\ m^2$

$S = \pi r (r + s)$

$S = 3{,}14 \cdot 3{,}1 \cdot 6$

$d = 6{,}2\ m \quad r = 3{,}1\ m$